Simularea Examenului național de bacalaureat 2025
Proba E. c)
Matematică M_șt-nat

varianta 2

Barem de evaluare și de notare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii
- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$z=\frac{3}{\mathrm{i}}=-3\mathrm{i}\Rightarrow \lvert z\rvert=3,\ \bar{z}=3\mathrm{i}$	**3p**
	$w=3+3\mathrm{i}\Rightarrow \lvert w\rvert=3\sqrt{2}$	**2p**
2.	$x^2-x-2=0\Rightarrow x_1=-1,\ x_2=2$	**3p**
	Punctele de intersecție ale graficului funcției f cu axa Ox sunt $A(-1,0)$ și $B(2,0)$	**2p**
3.	Cum $\log_x 2=\frac{1}{\log_2 x}$, pentru orice $x>0, x\neq 1$ (condițiile de existență), ecuația se rescrie $\frac{1}{t}=2-t$	**3p**
	Obținem $t=1$, de unde $x=2$, care convine	**2p**
4.	$C_n^2=\frac{n(n-1)}{2}$, pentru orice număr natural $n\geq 2$ (condiția de existență)	**2p**
	$C_n^2=n+135\Leftrightarrow n^2-3n-270=0\Leftrightarrow n\in\{-15,18\}$, deci $n=18$	**3p**
5.	Pantele celor două drepte sunt $m_1=\frac{1}{2}$ și $m_2=-a$	**2p**
	Cele două drepte sunt perpendiculare dacă și numai dacă $m_1\cdot m_2=-1$, de unde $a=2$	**3p**
6.	$\cos 75^\circ=\cos(90^\circ-15^\circ)=\cos 90^\circ\cos 15^\circ+\sin 90^\circ\sin 15^\circ$	**2p**
	Cum $\cos 90^\circ=0$ și $\sin 90^\circ=1$, rezultă $\cos 75^\circ=\sin 15^\circ$, deci $\cos 75^\circ-\sin 15^\circ=0$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$B=\begin{pmatrix}1&2&-3\\0&1&-1\\0&0&1\end{pmatrix}\Rightarrow B^2=\begin{pmatrix}1&4&-8\\0&1&-2\\0&0&1\end{pmatrix}$	**2p**
	$\det\left(B^2\right)=1$	**3p**
b)	$\det\left(A(m)\right)=-3m^2-m+1$, pentru orice $m\in\mathbb{Q}$	**2p**
	$\det\left(A(m)\right)=0\Leftrightarrow m\in\left\{\frac{-1-\sqrt{13}}{6},\frac{-1+\sqrt{13}}{6}\right\}$ și, întrucât $\frac{-1\pm\sqrt{13}}{6}\notin\mathbb{Q}$, rezultă că $\det\left(A(m)\right)\neq 0$ pentru orice $m\in\mathbb{Q}$, deci $A(m)$ este inversabilă pentru orice $m\in\mathbb{Q}$	**3p**
c)	Cum $\left(A(m)\right)^{-1}=\frac{1}{\det\left(A(m)\right)}\cdot\left(A(m)\right)^*$, din $\left(A(m)\right)^{-1}=\left(A(m)\right)^*$ rezultă $\det\left(A(m)\right)=1$	**3p**
	$-3m^2-m+1=1\Leftrightarrow -3m^2-m=0$, cu soluțiile $m_1=0$ și $m_2=-\frac{1}{3}$	**2p**
2.a)	$2\circ 1=2\cdot 2^2+2\cdot 1+2\cdot 1^2=$	**3p**
	$=8+2+3=12$	**2p**
b)	$x\circ(x+1)=5x^2+5x+2$	**2p**

	$5x^2+5x+2=10x^3+2 \Leftrightarrow 5x(2x^2-x-1)=0$, cu soluțiile $x_1=0$, $x_2=1$, $x_3=-\frac{1}{2}$	**3p**
c)	$c\circ a=c\circ b \Leftrightarrow 2a^2-2b^2+ca-cb=0 \Leftrightarrow (a-b)(2a+2b+c)=0$	**3p**
	Cum $a+b\neq -\frac{c}{2}$, rezultă $2a+2b+c\neq 0$, deci $a-b=0$, de unde $a=b$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=\frac{\left(e^x\right)'\cdot\left(x^2+1\right)-e^x\cdot\left(x^2+1\right)'}{e^{2x}}=\frac{e^x\left(x^2+1\right)-e^x\cdot 2x}{\left(x^2+1\right)^2}=$	**3p**
	$=\frac{(x^2-2x+1)\cdot e^x}{(x^2+1)^2}=\frac{(x-1)^2\cdot e^x}{(x^2+1)^2}$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$	**2p**
b)	$\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{e^x}{x^2+1}\overset{L'H}{=\!=}\lim\limits_{x\to\infty}\frac{e^x}{2x}\overset{L'H}{=\!=}\lim\limits_{x\to\infty}\frac{e^x}{2}=+\infty$, deci graficul funcției *f* nu admite asimptotă orizontală la $+\infty$	**3p**
	$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{e^x}{x^3+x}=+\infty$, , deci graficul funcției *f* nu admite nici asimptotă oblică la $+\infty$	**2p**
c)	$f'(x)\geq 0$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$ și ecuația $f'(x)=0$ are un număr finit de soluții, deci *f* este strict crescătoare	**3p**
	$\frac{\sqrt{7}}{5}<\frac{\sqrt{7}}{4}$ și *f* strict crescătoare; deci $f\left(\frac{\sqrt{7}}{5}\right)<f\left(\frac{\sqrt{7}}{4}\right)$	**2p**
2.a)	$\int_1^2 3(x^2+4)f_2(x)\,dx=\int_1^2 3x^2\,dx=$	**2p**
	$=x^3\Big\vert_1^2=2^3-1^3=7$	**3p**
b)	$\int f_2(x)\,dx=\int\frac{x^2}{x^2+4}\,dx=\int\left(1-\frac{4}{x^2+4}\right)dx=$	**2p**
	$=\int dx-4\int\frac{1}{x^2+4}\,dx=x-2\,\text{arctg}\frac{x}{2}+\mathcal{C}$	**3p**
c)	$\int f_1(x)\,dx=\frac{1}{2}\cdot\int\frac{(x^2+4)'}{x^2+4}\,dx=\frac{1}{2}\ln\left(x^2+4\right)+\mathcal{C}$, deci $F(x)=\frac{1}{2}\ln\left(x^2+4\right)+k$, unde $k\in\mathbb{R}$	**3p**
	$F\left(\sqrt{5}\right)=2+\ln 3\Leftrightarrow\frac{1}{2}\ln 9+k=2+\ln 3\Leftrightarrow k=2$, deci $F(x)=\frac{1}{2}\ln\left(x^2+4\right)+2$	**2p**